Übungen in lin.Alg.+Geom. ◇ E+M I / 10 ◇

Bereitstellung von Arbeitsmaterial (Matrizen, Vektoren):

1. 2×2–Matrizen:

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \; B_2 = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}, \; C_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

2. 3×3–Matrizen:

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \; B_3 = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 4 & 7 & 9 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \; C_3 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 5 \\ 5 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

3. 4×4–Matrizen:

$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \; B_4 = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 1 \\ 4 & 7 & 9 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 5 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Matrizen mit verschiedenen Formaten:

$$A_{2,4} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 1 \\ 4 & 7 & 9 & 5 \end{pmatrix}, \; B_{4,2} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ -2 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Matrizen mit unbekannten Koeffizienten (Vektoren, Spaltenvektorzeilen etc.):

$$X_{1,3} = \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} \end{pmatrix}, \; X_{3,1} = \begin{pmatrix} x_{1,1} \\ x_{2,1} \\ x_{3,1} \end{pmatrix},$$

$$X_{2,4} = \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,3} & x_{1,4} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & x_{2,3} & x_{2,4} \end{pmatrix}, \; X_{4,2} = \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} \\ x_{2,1} & x_{2,2} \\ x_{3,1} & x_{3,2} \\ x_{4,1} & x_{4,2} \end{pmatrix}$$

6. Vektor, Spaltenvektorzeile:

$$\vec{b}_{3,1} = \begin{pmatrix} 50 \\ -100 \\ 1000 \end{pmatrix}, \; \vec{b}_{3,2} = \begin{pmatrix} (50 & 203) \\ (-100 & 105) \\ (1000 & -50) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 & 203 \\ -100 & 105 \\ 1000 & -50 \end{pmatrix}$$

%

7. Einheits– und Nullmatrizen:

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \; E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \; E_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \; N_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Probl. 1 (a) Berechne folgende Matrizen:

$$A_2+B_2,\;\; B_2+C_2,\;\; (A_2+B_2)+C_2,\;\; A_2+(B_2+C_2),\;\; (A_3+B_3)+C_3,\;\; A_3+(B_3+C_3)$$

(b) Überprüfe folgende Gleichungen:

$$(A_2 + B_2) + C_2 = A_2 + (B_2 + C_2),\;\; (A_3 + B_3) + C_3 = A_3 + (B_3 + C_3)$$

(c) Berechne folgenden Summen von „gestreckten" Matrizen (Linearkombination):

$$4\,A_3 + (-5)\,B_3 + 6\,C_3,\;\; 4\,A_3 - 5\,B_3 - 6\,C_3$$

(d) Berechne folgenden Matrixsummen:

$$A_4 + E_4,\;\; A_4 + E_4 + N_4$$

(e) Was passiert mit den Koeffizientenmatrizen, wenn man zwei $(m \times n)$–Gleichungssysteme beidseitig addiert?

Probl. 2 Matrixmultiplikation: Berechne die Resultate der nachfolgenden Matrixprodukte und versuche auch, die restlichen gefragten Grössen zu bestimmen (Achtung: Nicht alle Berechnungen sind möglich):

(a)

$$A_3 \cdot X_{3,1} = ?$$

(b)

$$A_3 \cdot X_{1,3} = ?$$

(c)

$$A_4 \cdot X_{4,2} = ?$$

(d)

$$A_{2,4} \cdot X_{4,2} = ?$$

(e)

$$B_{4,2} \cdot X_{2,4} = ?$$

(f)

$$A_3 \cdot \vec{b}_{3,1} = ?$$

(g)

$$A_3 \cdot \vec{b}_{3,2} = ?$$

(h)
$$(A_2 \cdot B_2) \cdot C_2 = ?, \;\; A_2 \cdot (B_2 \cdot C_2) = ?$$

(i)
$$(A_3 \cdot B_3) \cdot C_3 = ?, \;\; A_3 \cdot B_3 \cdot C_3) = ?$$

(j)
$$A_3 \cdot B_3 = ?, \;\; B_3 \cdot A_3 = ?$$

(k)
$$A_4 \cdot B_4 = ?, \;\; B_4 \cdot A_4 = ?$$

(l)
$$A_3 \cdot E_3 = ?, \;\; E_3 \cdot A_3 = ?, \;\; A_4 \cdot E_4 = ?, \;\; E_4 \cdot A_4 = ?$$

(m)
$$\det(A_4) = |A_4| = ?, \;\; A_4^{-1} = ? \text{ (Inverse)}, \;\; A_4^{-1} \cdot A = ?, \;\; A \cdot A_4^{-1} = ?$$

Probl. 3 **Selbststudium:** Suche und studiere Matlabbefehle, die zum behandelten Stoff dieser Woche passen. Verwende dazu Matlabskripte deiner Wahl.