Übungen in lin.Alg.+Geom. ◇ E+M I / 12 ◇

Bereitstellung von Arbeitsmaterial (quadratische Matrizen, ähnlich wie in Serie 11):

Probl. 1 2×2–Matrizen:

$$Di_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad Dr_{2,1} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad Dr_{2,2} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$$

Probl. 2 2×2–Matrizen:

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Probl. 3 3×3–Matrizen:

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B_3 = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 4 & 7 & 9 \\ 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad C_3 = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 5 & 6 & 5 \\ 5 & 8 & 8 \end{pmatrix}$$

Probl. 4 4×4–Matrizen:

$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B_4 = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 1 \\ 4 & 7 & 9 & 5 \\ 3 & 2 & 6 & 8 \\ 5 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Probl. 5 Matrizen mit verschiedenen Formaten:

$$C_4 = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 1 \\ 4 & 7 & 9 & 5 \end{pmatrix}, \quad D_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Probl. 6 Spezielle Matrizen:

$$VdM_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ -3 & -2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad NVdM_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ -3 & -2 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

%

Berechnungen:

Probl. 1 **Selbststudium:** Suche und studiere Matlabbefehle, die zum behandelten Stoff dieser Woche passen. Verwende dazu Matlabskripte deiner Wahl.

Probl. 2 Berechne die Determinanten von A_4, B_4 und C_4 mit Hilfe der Diagonalisierungsmethode und anschliessend auch mit Hilfe der Methode der Untermatrizen (Entwicklungssatz).

Probl. 3 Berechne die Inversen von Di_2, $Dr_{2,1}$, $Dr_{2,2}$, A_2, B_2, C_2, A_3, B_3, C_3, A_4, B_4, C_4 von Hand. Kontrolliere die Resultate anschliessend mit deinem Rechner (oder mit deiner privaten Maschine). Berechne die Determinanten der Inversen von Di_2, $Dr_{2,1}$, $Dr_{2,2}$, A_2, B_2, C_2, A_3, B_3, C_3, A_4, B_4, C_4. (Methode frei). Kontrolliere anschliessend jeweils, ob $\det(M) \cdot \det(M^{-1}) = \det(M \cdot M^{-1}) = \det(E) = 1$ richtig ist.

Probl. 4 Es sollen die Inversen von D_3, VdM_4, $NVdM_5$ berechnet werden. Man hat sich entschlossen, dazu eine Maschine (Rechner) zu verwenden. Führe diese Aufgabe aus! Falls eine Inverse nicht berechnet werden kann, so kontrolliere die Determinante.

Probl. 5 Berechne zur Übung die oben nur von Hand berechneten Determinanten und Inversen nochmals mit einer Maschine (Rechner). Benutze dazu für mindestens einen Teil der Berechnungen übungshalber auch Matlab.

Probl. 6 Approximiere die Inverse von A mit der Jacobi-Metode (Iteration):

$$A_{n+1}^{-1} \approx E - (A - E) \cdot A_n^{-1}.$$

Benütze dazu zur Übung Matlab.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 1 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 & 1 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{Start: } A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 & 1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.2 & 1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 1 \end{pmatrix}$$

An welcher Stelle ist nach 7 Schritten die maximale Ungenauigkeit zu finden?