

Lösungen

Gerechnet wird hier in den Basiseinheiten (der Kürze wegen)

```
Remove["Global`*"]
Off[General::spell1]
```

1

1 Modell ablesbar: v Mittelpunkt = - v tangential

$$\omega = -v / r$$

$$-\frac{v}{r}$$

2

Die Einheiten werden hier sinngemäss selbsterklärend eingegeben, sodass sich keine Kollision mit internen Variablen oder den vom User verwendeten Variablen ergibt.

Trägheitsmoment = tr

Teilmasse = mk

```
mk = 7.5 gramm; gramm = 0.001 kgramm;
m = 128 mk;
r = 22.4 cmeter; cmeter = 0.01 meter;
m
```

```
0.96 kgramm
```

```
tr = m r^2
```

```
0.048169 kgramm meter^2
```

3

s = Rollweg

= Anstellwinkel

h = Höhe über dem Boden

```

s = 1.86 meter;
α = 45 Degree;
h = s Sin[α]

```

```
1.31522 meter
```

4

eKin = kinetische Energie

eRot = Rotationsenergie

ePot = potentielle Energie

g = Gravitationsbeschleunigung

```

g = 9.81 meter / sec ^ 2;
ePot = m g h

```

```

$$\frac{12.3862 \text{ kgramm meter}^2}{\text{sec}^2}$$

```

```
eKin = 1 / 2 m v ^ 2;
```

```
eRot = 1 / 2 tr ω ^ 2;
```

```
ePot == eKin + eRot
```

```

$$\frac{12.3862 \text{ kgramm meter}^2}{\text{sec}^2} == 0.96 \text{ kgramm v}^2$$

```

```
solvl = Solve[ePot == eKin + eRot, {v}] // Flatten
```

```
{v → - $\frac{3.59198 \text{ meter}}{\text{sec}}$ , v →  $\frac{3.59198 \text{ meter}}{\text{sec}}$ }
```

```
v = v /. solvl[[2]]
```

```

$$\frac{3.59198 \text{ meter}}{\text{sec}}$$

```

```
eKin
```

```

$$\frac{6.1931 \text{ kgramm meter}^2}{\text{sec}^2}$$

```

5

```
eRot = ePot - eKin
```

```

$$\frac{6.1931 \text{ kgramm meter}^2}{\text{sec}^2}$$

```

6

a = konstante Beschleunigung

tR = Zeit bis zur Ankunft unten

s = Weg

```
{s == 1/2 a tR^2, v == a tR}

{1.86 meter == a tR^2 / 2, 3.59198 meter / sec == a tR}

solv2 = Solve[{s == 1/2 a tR^2, v == a tR}, {a, tR}] // Flatten

{a -> 3.46836 meter / sec^2, tR -> 1.03564 sec}

{a, tR} = {a, tR} /. solv2

{3.46836 meter / sec^2, 1.03564 sec}
```

7

aV = konstante Beschleunigung des Vergleichskörpers

tV = Zeit bis zur Ankunft unten des Vergleichskörpers

```
m aV == m g Sin[alpha]

0.96 aV kgramm == 6.65925 kgramm meter / sec^2

aV = g Sin[alpha]

6.93672 meter / sec^2

s == 1/2 aV tV^2

1.86 meter == 3.46836 meter tV^2 / sec^2

solv3 = Solve[s == 1/2 aV tV^2, {tV}] // Flatten

{tV -> -0.732309 sec, tV -> 0.732309 sec}

tV = tV /. solv3[[2]]

0.732309 sec
```

8

eKinK = kinetische Energie des Vergleichskörpers, muss gleich der potentiellen Energie sein

vV = Geschwindigkeit des Vergleichskörpers

$$vV = aV tV$$

$$\frac{5.07982 \text{ meter}}{\text{sec}}$$

$$eKinK = 1 / 2 m vV^2$$

$$\frac{12.3862 \text{ kilogramm meter}^2}{\text{sec}^2}$$

$$eKinK == ePot$$

True

9

dF = Federkonstante

d = Verkleinerungsdistanz der Feder

eF = Federenergie

$$d = 20 \text{ cmeter};$$

$$eF = 1 / 2 dF d^2$$

$$0.02 dF \text{ meter}^2$$

$$eKinK == eF$$

$$\frac{12.3862 \text{ kilogramm meter}^2}{\text{sec}^2} == 0.02 dF \text{ meter}^2$$

$$\text{solv4} = \text{Solve}[eKinK == eF, \{dF\}] // \text{Flatten}$$

$$\left\{ dF \rightarrow \frac{619.31 \text{ kilogramm}}{\text{sec}^2} \right\}$$

$$dF = dF /. \text{solv4}$$

$$\frac{619.31 \text{ kilogramm}}{\text{sec}^2}$$

2

Remove["Global`*"]

Legende

m1 = erste Masse
 m2 = zweite Masse
 r1 = erste Länge
 r2 = zweite Länge
 g = Erdbeschleunigung
 = erster Winkel
 = zweiter Winkel
 pT1 = Periodendauer1
 pT2 = Periodendauer2
 sT1 = Schwingungsdauer1
 sT2 = Schwingungsdauer2
 ePot1 = potentielle Energie von m1
 ePot2 = potentielle Energie von m2
 eKin11 = kinetische Energie von m1 vor dem Stoss
 eKin21 = kinetische Energie von m2 vor dem Stoss
 eKin12 = kinetische Energie von m1 nach dem Stoss
 eKin22 = kinetische Energie von m2 nach dem Stoss
 v11 = Geschwindigkeit von m1 unten vor dem Stoss
 v21 = Geschwindigkeit von m2 unten vor dem Stoss
 v12 = Geschwindigkeit von m1 unten nach dem Stoss
 v22 = Geschwindigkeit von m2 unten nach dem Stoss
 iP11 = Impuls von m1 vor dem Stoss
 iP21 = Impuls von m2 vor dem Stoss
 iP12 = Impuls von m1 nach dem Stoss
 iP22 = Impuls von m2 nach dem Stoss

1

```

m1 = 150 gramm; gramm = 0.001 kgramm;
m2 = 1.50 m1;
r1 = 12.4 cmeter; cmeter = 0.01 meter;
r2 = 1.60 r1;
α = 12.5 Degree;
g = 9.81 meter / sec ^ 2;
t[r_] := 2 Pi Sqrt[r / g] /. Sqrt[sec^2] -> sec;
t1 = Print[1 / 4 t[r1]];
t1Periode = t[r1]

```

0.176602 sec

0.706409 sec

2

```

ePot1 = m1 g (r1 - r1 Cos[α])
      
$$\frac{0.00432517 \text{ kgramm meter}^2}{\text{sec}^2}$$

eKin11 = 1 / 2 m1 v11^2
      0.075 kgramm v11^2
ePot1 == eKin11
      
$$\frac{0.00432517 \text{ kgramm meter}^2}{\text{sec}^2} == 0.075 \text{ kgramm v11}^2$$

solv1 = Solve[ePot1 == eKin11, {v11}] // Flatten
      {v11 → -  $\frac{0.240144 \text{ meter}}{\text{sec}}$ , v11 →  $\frac{0.240144 \text{ meter}}{\text{sec}}$ }
v11 = v11 /. solv1[[2]]
      
$$\frac{0.240144 \text{ meter}}{\text{sec}}$$

v21 = 0;

```

3

```

{eKin11 = 1 / 2 m1 v11^2, eKin21 = 1 / 2 m2 v21^2,
 eKin12 = 1 / 2 m1 v12^2, eKin22 = 1 / 2 m2 v22^2}
      {  $\frac{0.00432517 \text{ kgramm meter}^2}{\text{sec}^2}$ , 0, 0.075 kgramm v12^2, 0.1125 kgramm v22^2 }
{iP11 = m1 v11, iP21 = m2 v21, iP12 = m1 v12, iP22 = m2 v22}
      {  $\frac{0.0360215 \text{ kgramm meter}}{\text{sec}}$ , 0, 0.15 kgramm v12, 0.225 kgramm v22 }
solv2 =
  Solve[{eKin11 + eKin21 == eKin12 + eKin22, iP11 + iP21 == iP12 + iP22}, {v12, v22}] // Chop
      { {v12 → -  $\frac{0.0480287 \text{ meter}}{\text{sec}}$ , v22 →  $\frac{0.192115 \text{ meter}}{\text{sec}}$  }, {v12 →  $\frac{0.240144 \text{ meter}}{\text{sec}}$ , v22 → 0} }

```

■ Memo, zur Erinnerung :

$$v11 = \frac{0.240144 \text{ meter}}{\text{sec}} \text{ und } v21 = 0$$

Daher kommt nur die erste Lösung in Frage.

```

{v12, v22} = {v12, v22} /. solv2[[1]]
      { -  $\frac{0.0480287 \text{ meter}}{\text{sec}}$ ,  $\frac{0.192115 \text{ meter}}{\text{sec}}$  }

```

4

```
t2 = Print[1 / 4 t[r2]];
t2Periode = t[r2]
```

```
0.223386 sec
```

```
0.893545 sec
```

5

```
eKin2 = 1 / 2 m2 v22^2
```

```
0.00415217 kgramm meter2
      sec2
```

```
ePot2 = m2 g (r2 - r2 Cos[β])
```

```
 $\frac{1}{\text{sec}^2}$  (2.20725 kgramm meter (0.1984 meter - 0.1984 meter Cos[β]))
```

```
solv3 = Solve[eKin2 == ePot2, {β}] // Flatten
```

```
Solve::ifun : Inverse functions are being used by Solve, so some
solutions may not be found; use Reduce for complete solution information. Mehr...
```

```
{β → -0.137816, β → 0.137816}
```

```
β = β / Degree /. solv3[[2]]
```

```
7.89627
```