

# Übungen in AlgGeo $\diamond$ Exercices en AlgGéo $\diamond$ Type E1 $\diamond$ I / 7

---

**Probl. 1 Geg.:** • **Donné:** Vektor  $\vec{a}$  • *vecteur  $\vec{a}$*

**Ges.:** • **Trouver:** Konstruktion: • *Construction:*

$$\vec{b} = \frac{7}{3}\vec{a}, \quad \vec{c}_2 = \sqrt{2} \cdot \vec{a}, \quad \vec{c}_3 = \sqrt{3} \cdot \vec{a}, \quad \vec{c}_5 = \sqrt{5} \cdot \vec{a},$$

**Probl. 2 Geg.:** • **Donné:** Vektoren in allgemeiner Lage  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  • *vecteurs dans une situation générale  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$*

**Ges.:** • **Trouver:** Stelle  $\vec{c}$  dar als LK von  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ . • *Représenter  $\vec{c}$  comme combinaison linéaire de  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$ .*

**Probl. 3 Geg.:** • **Donné:** Basen  $B, B'$  • *Bases  $B, B'$*

$B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}, B' = \{\vec{e}_1, \vec{b}_2\}, \vec{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0.75 \\ 0.5 \end{pmatrix}$  und • *et  $\vec{a}_1, \vec{a}_2$  in allgemeiner Lage • dans une situation géométrique commune*

Zeichne in  $B$  und in  $B'$  die Vektoren: • *Dessiner dans  $B$  et dans  $B'$  les vecteurs:*

$$\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_1 + \vec{a}_2, \vec{a}_1 + 2\vec{a}_2 \dots$$

**Probl. 4** Berechne die Koordinaten von  $\vec{e}_2$  in  $B'$ . • *Calculer les coordonnées de  $\vec{e}_2$  dans  $B'$ .*

**Probl. 5** (a)  $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

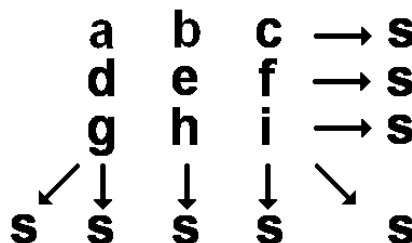
$$a = 4, \quad b = 9, \quad s = 15$$

$$c, d, e, f, g, h, i = ?$$

(b)  $\{a, b, c, \dots, h, i\} = \{2, 3, \dots, 9, 10\}$

$$a = 5, \quad b = 4, \quad s = 18$$

$$c, d, e, f, g, h, i = ?$$



**Probl. 6**  $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ \sin(x - \frac{\pi}{2}) + 1 & x \in [\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$

(a)  $D_f = ?$ ,  $W_f = ?$

(b)  $f$  bijektiv? • *bijective?*

**Probl. 7**  $|A \cup B \cup C| = 125,$

$$|A| = 40, \quad |B| = 50,$$

$$|A \cap B| = 10,$$

$$|B \cap C| = 15,$$

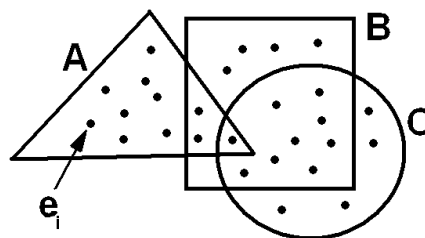
$$|A \cap C| = 20,$$

$$|A \cap B \cap C| = 10,$$

$$|C| = ?$$

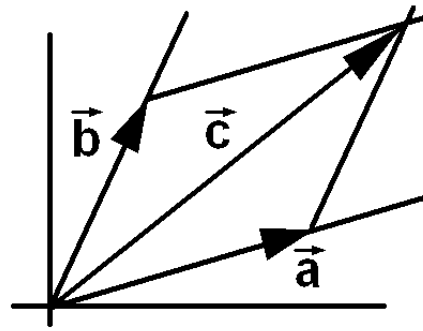
$$|A \cap B \cap C| = 11 \Rightarrow |C| = ?$$

(möglich? • *possible?*)



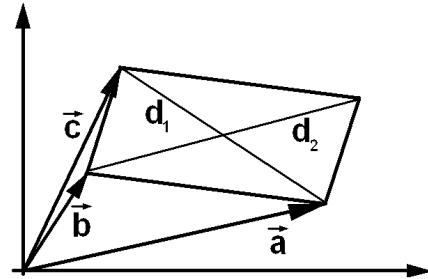
**Probl. 8**  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 10 \\ 8 \end{pmatrix}$ ,  
 $\vec{c} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b}$ ,  $B' = \{\vec{a}, \vec{b}\}$

- (a)  $\lambda, \mu = ?$  Rechnung **und** Zeichnung!  
 • *Calcul et dessin!*
- (b)  $\vec{c} = ?$
- (c) Koordinaten von  $\vec{c}$  in der Basis  $B'$ ?  
 • *Coordonnées de  $\vec{c}$  dans la base  $B'$ ?*



**Probl. 9**  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

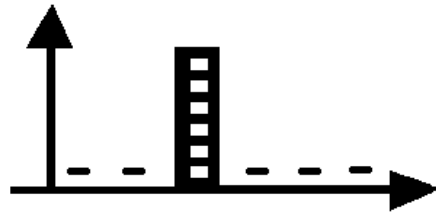
- (a)  $d_1 = ?$
- (b)  $d_2 = ?$



Rückseite! • *Voir au verso!*

**Probl. 10**  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 99'999 = ?$

- (a) Idee: Zeichnung! • *Idée: Dessin!*
- (b) Rechnung! • *Calcul!*



**Probl. 11** Beweise mit vollständiger Induktion:

• *Prouver à l'aide du principe de l'induction complète:*

- (a)  $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$
- (b)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n + 1)} = \frac{n}{n + 1}$
- (c)  $\exists_{N_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n > N_0} : 2^n > n$